

文章编号: 1000-8055(2006) 01-0001-06

高精度数值方法在DNS中的应用

肖凯涛^{1,3}, 刘吉平², 朵英贤², 袁湘江⁴

(1. 北京理工大学 机电工程学院, 北京 100081;

2. 北京理工大学 材料科学与工程学院, 北京 100081;

3. 防化研究院, 北京 102205;

4. 国家CFD实验室, 北京 100083)

摘要: 利用不同格式模拟扰动波在平板边界层中的传播, 考察了格式对T-S波传播过程计算结果的影响。研究了不同计算格式对自由剪切层扰动波增长的影响, 结果表明: 对于二维扰动波模型, 采用二阶精度格式, 扰动波在平板边界层中只能出现衰减的结果; 在自由剪切层中, 虽然能模拟出扰动波在传播过程中幅值的增长, 但却在相当长的计算范围内看不见三维波的出现。但对于同样的扰动模型, 如果采用高精度格式, 在边界层中能出现增长的T-S波, 并与线性理论非常吻合; 在自由剪切层中, 扰动波不仅迅速增长, 并能在不很长的距离内, 明显的看到三维波的出现, 并激发出了三维结构。

关键词: 航空、航天推进系统; 紧致格式; 数值模拟; 边界层; 自由剪切层
中图分类号: O 354 **文献标识码:** A

Application of High-Order Accurate Scheme in DNS

XIAO Kai-tao^{1,3}, LIU Ji-ping², DUO Ying-xian¹, YUAN Xiang-jiang⁴

(1. School of Mechatronic Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. School of Materials Science and Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

3. Research Institute of Chemical Defense, Beijing 102205, China;

4. National Laboratory of CFD, Beijing 100083, China)

Abstract: The influence of the different finite difference schemes on the transmission of T-S waves in flat plate boundary layers and free shear flow was studied. The results show that if 2nd order scheme is used, the T-S waves always decay in the flat plate boundary layer. Although the T-S wave grows in the free shear flow, no three dimensional structures appear. If high order scheme is used, the T-S wave grows in the plate boundary layer. The results obtained by DNS agree well with linear stability theory. In the free shear layer, not only the T-S wave grows quickly in the free shear flow, but also three dimensional waves appears evidently and three dimensional structures are excited.

Key words: aerospace propulsion system; high-order scheme; boundary layer; free shear layer

收稿日期: 2005- 09- 27; 修订日期: 2005- 11- 24

基金项目: 国家自然科学基金资助(10172015); 重大研究计划资助(90205010)

作者简介: 肖凯涛(1963-), 男, 湖南邵东人, 防化研究院高级工程师, 主要从事大气扩散数值计算研究。

任何新型飞行器的诞生,都意味着人们对某些流动规律的认识有了新的突破。无论是采用三角形下单翼鸭式布局方式的Saab-37“雷”式战斗机,还是不久前成功进行了超过马赫数7飞行实验的X-43,都是如此。由于目前,在国内受到实验设备和实验技术的限制,基本上还不具备细致、系统地开展可压缩流动机理实验研究的条件。因此,可压缩流动的性质变化和流场拓扑结构演化等非定常的流动规律研究,在很大程度上依赖数值模拟。这就给流场计算的数值方法提出了更高的要求,不仅需要较高的精度,还需要较高的分辨率。

目前,工程上常用的数值方法,大多是二阶精度的。不可否认的是二阶精度的方法对于平均量的计算,如:压力和密度等,能够满足传统的工程设计要求,也能够刻画激波、漩涡和分离这样的流动结构。但这种方法对模拟流动中精细结构的能力如何?尤其对影响流态变化的扰动波演化过程的模拟能力如何?未见有系统的研究报道。而常见的精度比较的报道,大多集中在激波、漩涡等流动现象的模拟研究上,如文献[1,2]等。

本文利用不同的计算方法,系统研究了差分格式对描述可压缩流场中精细结构的差异,以及对流动物理特性的影响。为此开展了两方面的工作,首先,为检验格式,利用不同的格式模拟了单频的不稳定扰动波在平板边界层中的传播,并与

线性稳定性理论的分析结果进行了对照。其次,利用不同格式,对单频扰动波在可压缩自由剪切层中的发展过程进行了模拟和分析。

1 计算方法

1.1 控制方程与数值方法

方程采用全N-S方程,若 (x, y, z) 分别表示笛卡儿坐标系中3个坐标方向,则方程的守恒形式为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} \quad (1)$$

其中: t 表示时间, $U, E, F, G, E_v, F_v, G_v$ 等符号的详细表达式见文献[3]。数值离散分别采用文献[4]构造的高精度的通量限制型紧致有限差分格式和改进的三阶MacCormack格式。

1.2 无反射边界条件

下面我们以 x 方向为例说明多维情况下,特征波边界条件的使用步骤。若令 u, v, w 分别表示 x, y, z 方向上流体的流动速度分量, p 为压力, ρ 是流体的密度, γ 代表比热比, t 分别表示时间坐标。根据特征分析^[5]我们将方程(1)经恒等变换得到以特征波在空间中传播形式的方程组。即:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \hat{E} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} \quad (2)$$

其中:

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} s_1 \\ us_1 + \rho s_3 \\ vs_1 + \rho s_4 \\ ws_1 + \rho s_5 \\ \frac{1}{2} u^2 s_1 + \frac{s_2}{\gamma - 1} + \rho u s_3 + \rho v s_4 + \rho w s_5 \end{bmatrix}$$

若设 s 为矢量,则令:

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c} \left[\alpha_2 + \frac{1}{2} (\alpha_5 + \alpha_1) \right] \\ \frac{1}{2} (\alpha_5 + \alpha_1) \\ \frac{1}{2\rho c} (\alpha_5 - \alpha_1) \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho u}{\partial x} \\ \frac{\partial c^2 \rho u}{\partial x} + (1 - \gamma) \mu \frac{\partial p}{\partial x} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ u \frac{\partial v}{\partial x} \\ u \frac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:

$$\alpha_1 = \lambda_1 \left[\frac{\partial p}{\partial x} - \rho_c \frac{\partial u}{\partial x} \right] \tag{4}$$

$$\alpha_2 = \lambda_2 \left[c^2 \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} \right] \tag{5}$$

$$\alpha_3 = \lambda_3 \frac{\partial v}{\partial x} \tag{6}$$

$$\alpha_4 = \lambda_4 \frac{\partial w}{\partial x} \tag{7}$$

$$\alpha_5 = \lambda_5 \left[\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_c \frac{\partial u}{\partial x} \right] \tag{8}$$

式中 c 是声速, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 和 λ_5 分别代表不同的特征值, 也称其为特征速度, 其具体表达式如下:

$$\lambda_1 = u - c \tag{9}$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = u \tag{10}$$

$$\lambda_5 = u + c \tag{11}$$

这里 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ 是特征波的幅值, 于是原始变量对时间的导数可写为类似一维特征波的形式。若假定在以 x 为法向的边界上, 每一点都精确满足公式(2), 而对于传入波与传出波幅值之间的关系, 则通过一维方法近似得到。详见文献[4] 。

1.3 扰动波模型

本文所选择的扰动波模型是一个沿流向的二维 T-S 波。具体做法是在基本流场为三维超声速边界层或自由剪切层上, 沿展向均匀地叠加一个二维 T-S 波。若坐标原点取在波的入口处, 并以 U, V 分别表示流向 x , 法向 y 方向上流场的瞬时速度, P, T 分别表示流场的瞬时压力和温度, 则该模型在笛卡尔坐标系下的表达形式为^[3]:

$$\begin{aligned} U(t, 0, y) &= u(t, 0, y) + Re[Au(y)e^{i(-\omega t)}] \\ V(t, 0, y) &= 0 + Re[\hat{A}v(y)e^{i(-\omega t)}] \\ T(t, 0, y) &= \tau(t, 0, y) + Re[A\hat{\tau}(y)e^{i(-\omega t)}] \\ P(t, 0, y) &= p(t, 0, y) + Re[\hat{A}p(y)e^{i(-\omega t)}] \end{aligned} \tag{12}$$

式中: u, p, τ 分别表示基本流场的流向速度、压力和温度, ω 表示为扰动波频率。 $\hat{u}(z), \hat{v}(z), \hat{\tau}(z)$ 和 $\hat{p}(z)$ 分别为对应物理量的特征函数, 由线形稳定性方程确定。 A 是二维波的幅值。

2 结果与讨论

算例的时间方向均采用 Runge-Kutta 三步三阶精度方法计算。计算域中的固壁, 提无滑移边界条件; 开放边界(即出口和展向边界), 均基于 Thompson^[5]特征波的思想给出数值边界条件, 这

种边界处理方法的优点是在很大程度上降低边界计算误差对计算域内点的影响。

算例1 为检验格式精度和分辨率, 分别利用文献[4] 中的高精度、高分辨率格式和二阶非紧致格式对超声速平板边界层中二维 T-S 波的传播进行直接数值模拟, 并与线性稳定性理论的结果进行比较。基本流场的计算条件为: 马赫数 $Ma = 4.5$, 温度 $T = 100$ K, 入口边界条件由相似解给出, 以入口边界层特征量 $\delta = \sqrt{x/u}$ 为特征长度的雷诺数 $Re = 1500$ 。计算网格为 241×241 。网格布置为流向均匀分布, 法向采用向壁面逐步加密式分布见文献[6] 中(9) 式。扰动条件为: 在(2) 式中, 频率 $\omega = 0.04$, 幅值分别为 $A = 0.005, 0.0001$, 特征函数由线形稳定性方程确定。

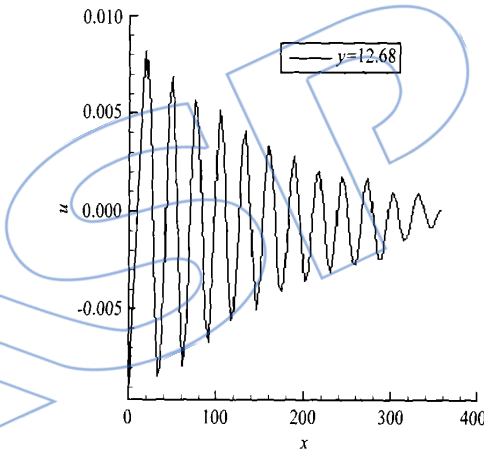


图1 扰动速度沿空间的分布

Fig. 1 Spatial distribution of disturbance velocity

图1 是利用非紧致二阶精度格式计算的扰动速度在空间上的瞬时分布, 无量纲时间等于 57.52。由图知扰动速度的幅值沿流向是衰减的, 但引入的扰动波是不稳定的, 可见该结果与理论分析是相悖的。图2 是利用文献[4] 发展的通量限制型紧致格式计算的结果, 无量纲时间等于 71.33, 可见压力扰动的幅值沿空间是增长的, 与线性稳定性理论的分析一致。图3 是在数值模拟的扰动波传播过程中, 其最大幅值在空间的增长历程与线性稳定性理论预测结果的比较, 由图可见理论与计算在一定的传播距离上是基本相符, 图中在传播的后半段理论与数值结果的差异是由线性理论的平行流假定及数值耗散造成的。图4 是在不同流向坐标, 数值模拟的扰动波在一个周期内扰动速度 u 的最大值归一化后沿 y 方向分布, 以及由线性稳定性理论计算的扰动速度 u 归

一化后的特征函数形状,如图所示,不同地点处的波形是比较一致的。因此,可以说利用文献[4]发展的计算方法,对扰动波的演化计算是可靠的。

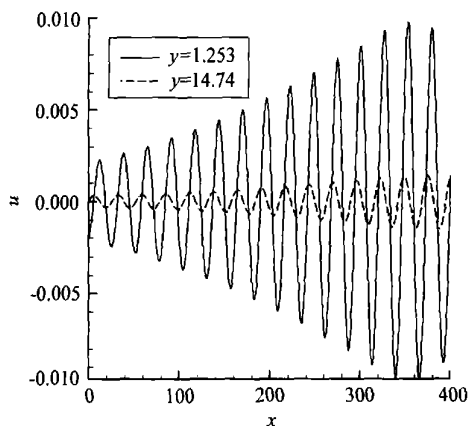


图2 扰动速度沿空间的分布

Fig. 2 Spatial distribution of disturbance velocity

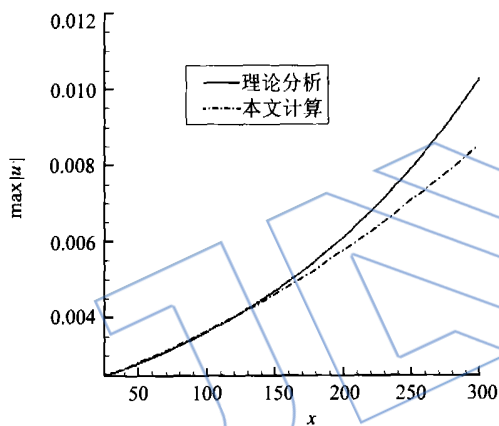


图3 幅值增长曲线

Fig. 3 The maximal disturbance along x direction

算例2 在超声速自由剪切层中,同上方法引入二维T-S波,频率 $\omega=200$,幅值 $A=\exp(-4)$ 。基本流场的来流条件如下:温度 T 均取1200 K,雷诺数 Re 是 10^6 ,自由剪切层的高速和低速的来流条件分别为:高速 $Ma_1=2.1$,低速 $Ma_2=1.1$,均匀密度。计算区域为 $x=[0.8, 1.997]$, $y=[0, 0.1]$, $z=[-0.248, 0.248]$ 。在基本流场计算完成后,按2.2节的方法引入扰动。为确保计算的准确性进行了网格不相干试验。网格不相干试验的计算域在流动的法向与展向同上,流向为 $x=[0.0, 0.5]$,粗网格为 $375 \times 101 \times 101$,细网格为 $750 \times 201 \times 201$ 。计算结果如图5所示。采用相同频率的扰动,在粗、细网格条件下,计算得到的扰动波数分别为:粗网格时 $\alpha=(261.5, -i15.11)$,细网格时 $\alpha=(261.6, -i15.03)$ 。可见,粗网格时已基本

达到了网格收敛,放大率误差为千分之五。因此,在实际计算中,网格取为 $900 \times 101 \times 101$ 。网格布置为流向和展向均匀分布,法向采用向中心流线逐步加密式分布见文献[6]中(10)式,并略去 $\cos$ 项。

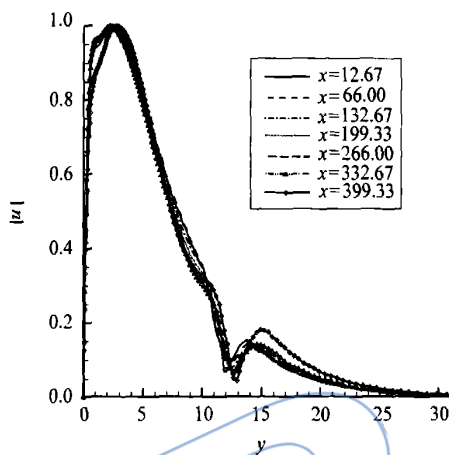
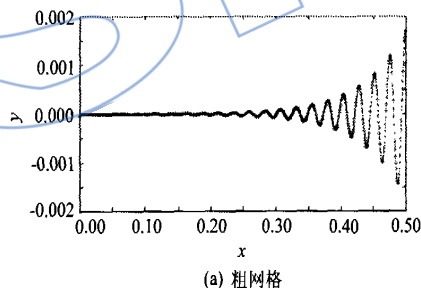
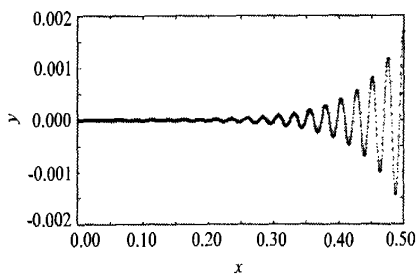


图4 扰动速度最大值沿y分布

Fig. 4 Disturbance of $\max(u)$ along y direction



(a) 粗网格



(b) 细网格

图5 中心流线流向扰动速度分布

Fig. 5 The distribution of streamwise disturbance velocity on center streamline

图6是利用二阶格式,对流动中引入二维T-S波(见2.2节)后数值模拟的结果。可见在相当长的计算区域内,扰动波的波形没有明显变化,没有出现展向扰动波分量和三维结构。当采用高精度格式进行上述模拟时,如图7所示,在一个不太长

的区域内,展向涡量沿展向的分布开始出现周期性的变化。

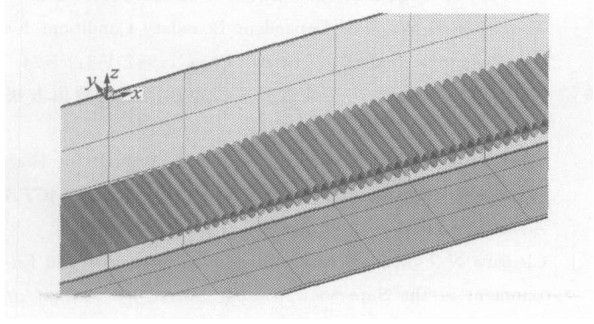


图 6 扰动法向速度 v 等值面

Fig. 6 Contours of normal disturbance velocity

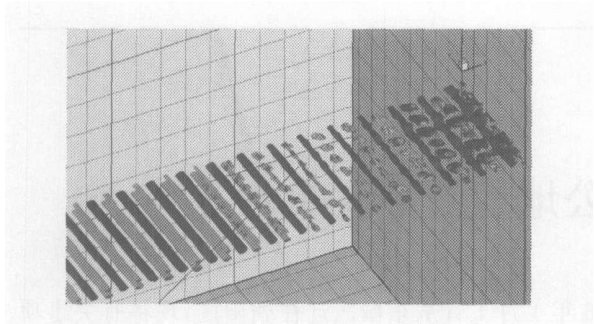


图 7 展向涡量 ω 等值面

Fig. 7 Contours of azimuthal vortices

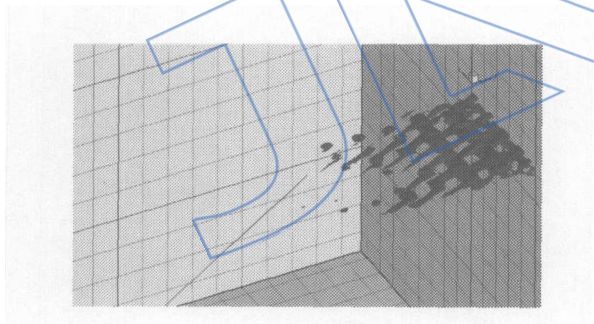


图 8 流向涡量 ω 等值面

Fig. 8 Contours of streamwise vortices

由图 8 可知,流向涡结构是在展向涡量沿展向的分布开始发生变化时形成的,并很快增长。这个结果与文献[7] 中的结论是一致的。图 9 是流场中心线上展向速度 w 沿 x 轴的瞬时分布,由此可见展向速度 w 逐渐出现了拟周期的波动,既扰动波此时出现了展向分量。这种由二维扰动波激发出三维结构现象的物理机理,目前,还不十分清楚。事实上,自然界并不存在绝对的二维扰动,数值模拟也无法保证扰动和边界处理的绝对二维性,究竟三维结构的出现是受到那些因素的影响,还很难给出准确的理论说明。但在数值模拟中有

一个现象值得注意,即计算中发现,激发出的展向扰动波波数受初始扰动波幅值的影响,并表现出明显的规律性。这种在二维 T-S 波发展到一定阶段,自然激发出三维扰动波并迅速发展的现象,习惯上称为二次失稳,二次失稳是流动自然转捩的必经过程,也是转捩即将发生的重要标志,而涡结构在展向呈周期变化,正是二次失稳的典型特征。这说明超声速自由剪切层与平板边界层一样具有二次失稳机制。

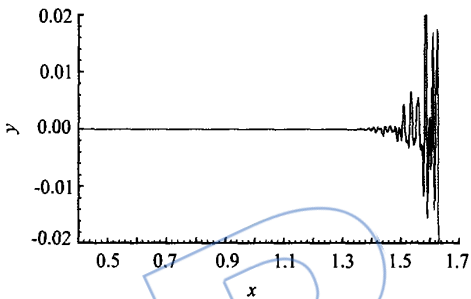


图 9 中心流线的展向速度分布

Fig. 9 The distribution of azimuthal velocity on center streamline

在上述的数值模拟中,高精度格式所需的计算时间,大约是二阶格式的 1.5 倍。可见高精度格式增加的计算量是可以承受的。重要的是利用高精度格式,可以得到可信度更高的结果。

3 结 论

本文利用高精度差分格式与普通二阶差分格式计算超声速边界层和自由剪切层中扰动传播问题,以及通过对不同扰动模型的研究,得出以下几个结论:

- (1) 格式的精度与分辨率对小扰动传播过程数值模拟的结果有很大影响。在某些特殊条件下,甚至会给出截然相反的结果。采用的文献[3] 发展的方法具有较高的计算准确度。
- (2) 若采用的分辨率不高的格式模拟扰动波传播问题时,可能会带来较大的失真,有些物理现象会被抹掉。
- (3) 在超声速自由剪切层的混合过程中,三维结构对掺混起重要作用。由二维扰动诱发出三维扰动,进而到转捩,这是一种不同于 Kelvin-Helmholtz 的失稳机制,对超燃发动机的设计有重要意义。
- (4) 超声速自由剪切层与平板边界层一样具

有二次失稳机制。

参考文献:

[1] Liu X D, Osher S, Chen T. Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes[J]. *J. Comput. Phys.*, 1994, 115: 200~212.

[2] Pirozzoli S. Conservative Hybrid Compact-WENO Schemes for Shock-Turbulence Interaction [J]. *J. Comput. Phys.*, 2001, 178: 81~117.

[3] 袁湘江, 桂业伟. 高精度数值方法与非线性扰动研究(阶段报告)[R]. *NLCFD- 200305*, 国家计算流体力学实验室.

[4] 袁湘江, 桂业伟, 涂国华等. 捕捉间断的高精度数值方法[J]. *空气动力学学报*, 2004, 22(3): 269~273.
Yuan Xiangjiang, Gui Yewei, TU Guohua, et al. Study of Higher Order Accuracy Algorithm of Capturing Discontinuity[J]. *ACTA Aerodynamics Sinica*, 2004, 22(3): 269~273.

[5] Thompson K W. Time Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems[J]. *J. Comput. Phys.*, 1987, 168: 1~24.

[6] 袁湘江, 赵耕夫. 高速三维边界层稳定性问题的数值方法[J]. *空气动力学学报*, 1999, 17(3): 262~270.
Yuan Xiangjiang, Zhao Genfu. Numerical Methods for High Speed 3-D Boundary Layer Stability Problem[J]. *ACTA Aerodynamics Sinica*, 1999, 17(3): 262~270.

[7] Clemens N T, Mungal M G. Large-Scale Structure and Entrainment in the Supersonic Mixing Layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1995, 284: 171~216.

中国航空学会办公地址变更通知

经上级部门批准, 中国航空学会办公地址于 2006 年 1 月 1 日从东城区迁往朝阳区, 现将有关事项通知如下:

- 一、办公地址: 北京朝阳区安外北苑 2 号院研究院白楼
- 二、通讯地址: 北京 761 信箱 2 分箱中国航空学会
- 三、邮政编码: 100012
- 四、电 话: 秘书长: (010) 84924373
综合部: (010) 84924375,
(010) 84924382
学术部: (010) 84924387,
(010) 84924389
国际部: (010) 84923943
组织部: (010) 84924385,
(010) 84924386
科普部: (010) 84924395,
(010) 84924396
财务室: (010) 84929228,
(010) 84929338
- 五、传 真: (010) 84923942
- 六、电子信箱: office@csaa.org.cn
- 七、网 址: http://www.csaa.org.cn